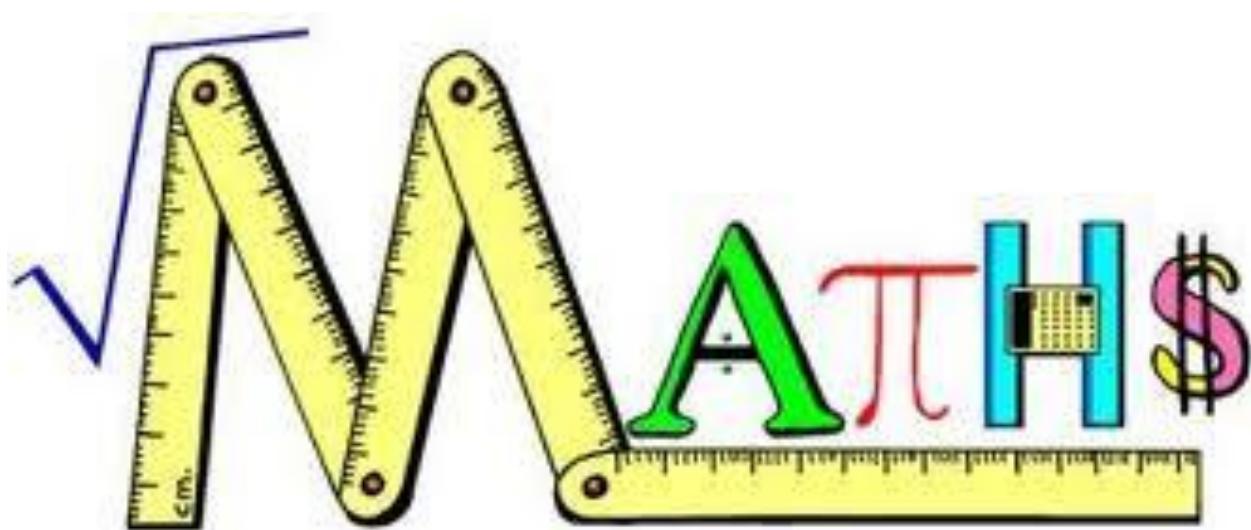


**Arrimage 1^{er} et 2^e cycle du secondaire
Mathématiques
Secondaire 1, 2 et 3**

Les tuiles algébriques

Une séquence à développer ...



Une situation d'apprentissage pour développer les compétences algébriques des élèves au 1^{er} cycle du secondaire (2^e partie)

Marie-André Paré, enseignante de mathématique

Marie-Pier Lapointe, enseignante de mathématique

Patrick Roy, conseiller pédagogique en mathématique

Lucie Morasse, conseillère pédagogique en mathématique

Commission scolaire des Navigateurs

Intentions pédagogiques de la situation :

- Développer la compréhension des élèves au regard de la notion de variable (valeur inconnue).
- Développer la compétence des élèves à déployer leur raisonnement mathématique à travers la manipulation d'expressions algébriques et la résolution d'équations du premier degré à une variable.
- Développer la compétence des élèves à communiquer à l'aide du langage mathématique.

Contexte et problématique :

- Dès le premier cycle du secondaire, les élèves sont appelés à construire le **concept de variable** et à **manipuler des expressions algébriques** dans différents contextes. À partir de la 1^{re} secondaire, les élèves doivent calculer la valeur numérique d'expressions algébriques, effectuer des opérations sur des expressions algébriques avec ou sans l'aide de matériel concret ou imagé (addition et soustraction, multiplication et division par une constante, multiplication de monômes du premier degré) et effectuer des mises en évidence simples d'expressions numériques (distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction). À partir de la 3^e secondaire, les élèves doivent multiplier des expressions algébriques de degré inférieur à 3, diviser des expressions algébriques des expressions algébriques par un monôme et factoriser des polynômes à l'aide de mises en évidence simples. Toutes ces manipulations sont utiles à la résolution d'équations du premier degré à une ou deux variables. Pour donner du sens à ces opérations, **le programme de mathématique recommande l'utilisation de différents supports** (concret, imagé, gestuel, etc.).
- La manipulation des expressions algébriques et la résolution d'équations du premier degré à une ou deux variables posent des défis particuliers à l'école secondaire. Dans l'**enseignement traditionnel** de la mathématique, ces processus sont **souvent réduits à l'apprentissage de techniques centrées sur l'écriture de représentations symboliques**. Ce type d'enseignement ne permet pas aux élèves d'avoir une véritable compréhension conceptuelle des concepts en jeu (variable, relation d'égalité, équations, etc.). Pour l'enseignement de ces concepts et processus, nous proposons une séquence qui amène les élèves à établir graduellement des relations entre le **monde concret** (objets et actions dans le monde réel) et le **monde conceptuel** (concepts et modèles mathématiques). Cette séquence s'inscrit dans la continuité de la séquence sur les enveloppes et l'argent de Monopoly (ou de jetons) qui a été présentée à la journée pédagogique du 8 février 2013. Dans cette séquence, sont les **tuiles algébriques** qui servent du support au raisonnement.

Activité 1 : Exploration en arithmétique

Objectifs

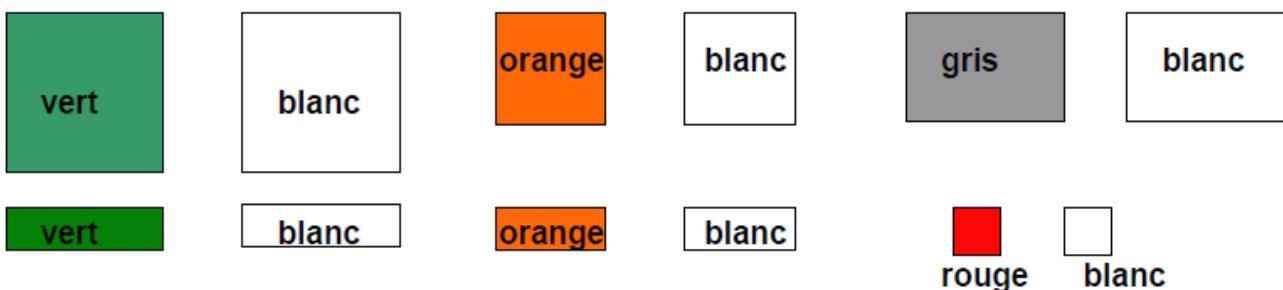
- Effectuer des opérations (addition et soustraction) sur des expressions algébriques
- Consolider le travail avec les nombres négatifs

Matériel : Tuiles algébriques (ou cartons)

Consigne générale :

- Tu as devant toi différentes formes de tuiles algébriques. Pour chacune des formes, la tuile blanche représente l'opposé de la tuile de couleur. La tuile rouge représente 1 unité. Détermine le résultat de chacune des opérations illustrées ci-dessous en considérant la règle suivante :

Pour les additions et les soustractions, une seule règle s'applique : une forme de couleur avec la même forme blanche s'annulent.



1. Réduis les expressions suivantes :

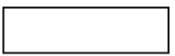
a)

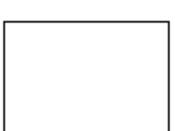
b)

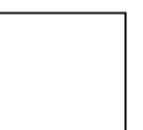
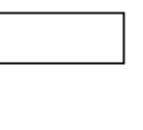
c)

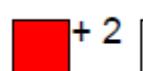
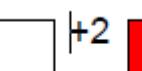
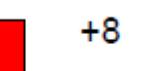
d)

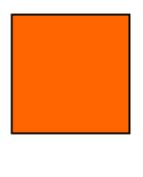
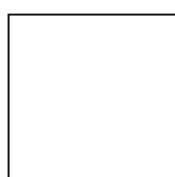
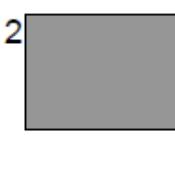
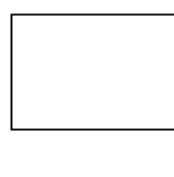
2. Effectue les additions suivantes :

a) 3  + 2  =

b) 2  + 5  =

c) 5  +  +  =

d) 5  + 2  + 2  + 8  =

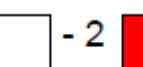
e)  + 3  + 2  + 3  =

3. Effectue les soustractions suivantes* :

- Pour cette partie, l'enseignant explique la règle suivante aux élèves en leur faisant une démonstration :

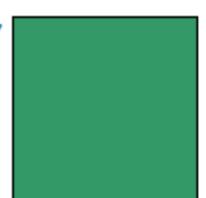
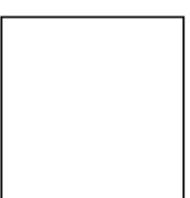
Pour soustraire, il suffit de retirer les formes demandées. Seulement, elles doivent être là ! Dans le cas contraire, il suffit d'ajouter des paires de formes identiques et de couleurs différentes autant de fois qu'il est nécessaire. Ces paires s'annulent.

a) 3  - 2 

b) 4  - 2 

c) 8  - 3 

d)  - 4 

e) 7  - 3  - 9 

Activité 2 : Sens de la variable et termes semblables

(La construction du sens requiert plusieurs activités telle celle de expérimenté avec les enveloppes)

Objectifs :

- Développer la compréhension du concept de variable
- Réduire une expression algébrique en regroupant ses termes semblables

Matériel : Tuiles algébriques (ou cartons)

1. Sens de la variable

Consigne générale : Tu as devant toi une série d'égalités dans laquelle tu dois trouver la valeur d'une seule tuile de couleur.

$$1) \begin{array}{c} \text{vert} \\ \text{vert} \\ \text{vert} \end{array} = \begin{array}{ccc} \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \end{array}$$

$$4) \begin{array}{c} \text{vert} \\ \text{vert} \\ \text{vert} \end{array} = \begin{array}{ccccc} \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \\ & \boxed{\textcolor{green}{\square}} & & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \\ & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \end{array}$$

$$3) \begin{array}{c} \text{gris} \\ \text{gris} \end{array} = \begin{array}{c} \text{gris} \\ \boxed{\textcolor{red}{\square}} \quad \boxed{\textcolor{red}{\square}} \end{array}$$

$$2) \begin{array}{cccc} \text{orange} & \text{orange} & \text{orange} & \text{orange} \\ \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \end{array} = \begin{array}{ccccc} \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \\ & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \\ & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \end{array}$$

$$5) \begin{array}{cc} \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \text{orange} \\ \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \text{orange} \end{array} = \begin{array}{cc} \text{orange} & \text{orange} \\ \text{orange} & \text{orange} \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{\textcolor{red}{\square}} \\ \boxed{\textcolor{red}{\square}} \end{array}$$

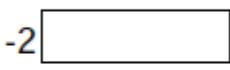
$$6) \begin{array}{c} \text{vert} \end{array} = \begin{array}{ccccc} \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \\ & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \\ & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \\ & & & \boxed{\textcolor{red}{\square}} & \boxed{\textcolor{red}{\square}} \end{array}$$

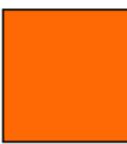
Note importante à l'enseignant : Dans cette activité, il faut que l'élève remarque que la valeur d'une même tuile varie selon l'égalité présentée, ce qui permet d'introduire le concept de variable.

2. Termes semblables (réduction d'expressions algébriques)

Consigne générale : Parmi les expressions suivantes, lesquelles peux-tu écrire de manière plus simple ?

a) 5  +3  -2  - 

b) 3  -9  +  -5  -2 

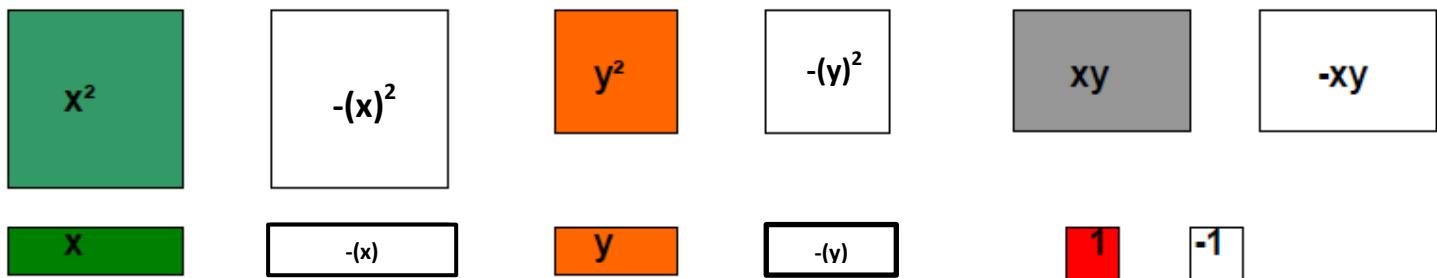
c) 4  + 5  + 2  -9  -6 

3. Introduction du symbolisme

Objectif : Développer la compréhension du vocabulaire utilisé en algèbre

Matériel : Tuiles algébriques (ou cartons)

Consigne générale : Voici chacune des tuiles et l'expression algébrique qui lui est associée.



Note importante à l'enseignant : Il faut expliquer aux élèves la notion d'exposant 2.

La longueur et la largeur du carré vert, x^2 , est la même que la longueur du rectangle vert, x .

La longueur et la largeur du carré orange, y^2 , est la même que la longueur du rectangle orange, y .

La longueur du rectangle xy est la même que la longueur du rectangle vert, x , tandis que la largeur du rectangle xy est la même que la longueur du rectangle orange, y .

Toutes les formes blanches sont l'opposé de la forme identique de couleur.

1. Représente les énoncés suivants à l'aide de tuiles algébriques.

Consigne générale : Voici les tuiles et l'expression algébrique qui leur est associée.
Représente par un dessin la phrase écrite ci-dessous. Trouve ensuite une façon de les écrire algébriquement. Au besoin, utilise la tuile de l'égalité.



- a) Le double de TUILE verte
- b) Le triple du double trouvé en a)
- c) La somme du double de TUILE orange et de 3
- d) 4 de plus que le triple de TUILE X
- e) Le double de la somme de 6 et de la TUILE XY
- f) 5 de moins que le carré de TUILE X
- g) La moitié du quadruple de TUILE X
- h) Le tiers de la somme de 9 et du triple de TUILE XY
- i) Le quintuple de TUILE Y est égal à 10
- j) 3 de plus que TUILE x vaut 9
- k) La somme du double de TUILE Y et de 7 est 13
- l) Le carré de TUILE Y vaut 5 de plus que TUILE X
- m) 3 de plus que le double de TUILE X est égale à 2 de moins que son quadruple

2. Écris en termes algébriques les expressions de l'exercice 1

- a)
- b)
- c)
- d)

3. Écris en termes algébriques les équations et les solutions de l'exercice 2 de l'activité 1

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

4. Écris en termes algébriques les équations et les solutions de l'exercice 3 de l'activité 1.

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)



Activité 3 : Résolution d'équations à l'aide des tuiles algébriques

Objectif : Utiliser des tuiles algébriques pour résoudre des équations du premier degré à une variable

Matériel : Tuiles algébriques (ou cartons)

Présenter l'exemple suivant aux élèves :

Résous $2 - 3x = 5$.

Solution

Étape 1 : Modélise l'équation à l'aide de tuiles.

$$\begin{array}{c} \boxed{} \\ \boxed{} \end{array} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \begin{array}{c} \boxed{} \\ \boxed{} \\ \boxed{} \\ \boxed{} \end{array}$$

$$2 - 3x = 5$$

Étape 2 : Pour isoler le terme contenant la variable, utilise un nombre approprié de tuiles négatives de façon à obtenir un résultat net de tuiles nulles d'un côté.

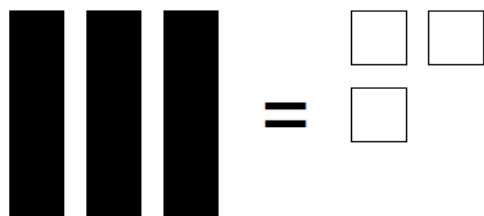
$$\begin{array}{c} \boxed{} \\ \boxed{} \end{array} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \begin{array}{c} \boxed{} \\ \boxed{} \\ \boxed{} \\ \boxed{} \end{array} + \boxed{}$$

$$2 - 2 - 3x = 5 - 2 \\ \text{ou } 2 + (-2) - 3x = 5 + (-2)$$

Étape 3 : Simplifie.

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \begin{array}{c} \boxed{} \\ \boxed{} \end{array}$$

$$-3x = 3$$

Étape 4 : Divise les deux côtés par -1.

$$3x = -3$$

Étape 5 : Isole la variable.

$$x = -1$$

Questions cible

- a) À l'étape 2, pourquoi a-t-on ajouté des tuiles négatives au côté gauche?
- b) Pourquoi en a-t-on ajouté au côté droit également?
- c) Explique comment les étapes 2 et 3 sont reliées par la propriété zéro. Ensuite, explique comment tu as pu passer de l'étape 2 à l'étape 3.
- d) Explique ce qui est arrivé quand tu es passé de l'étape 4 à l'étape 5.



Manipulation pour la résolution

- Objectif : Développer la compréhension du vocabulaire utilisé en algèbre.
- Exercices : Matériel : Site internet (ou tuiles algébriques)
- <http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=216>

Instruction pour l'enseignant :

- L'enseignant cible environ 5 résolutions du plus simple au plus complexe et laisse 25 minutes pour que les élèves trouvent la solution. Ils doivent noter les procédures effectuées. Ensuite l'enseignant fait un retour en groupe et reprend les 5 questions en faisant ressortir les démarches des élèves.
- Après ce tour de table, l'enseignant utilise le langage algébrique pour réécrire les détails de la résolution.
- Pour consolider, donner quelques exercices uniquement algébriques.

Trouver les inconnues et les équations

- À l'aide des tuiles algébriques représente les problèmes suivants.
- Problèmes écrits simples. (Si les nombres sont trop grands, écris plutôt 12 , au lieu de dessiner 12 fois cette tuile.)

Exemples de problèmes à utiliser :

- Paul a le triple du nombre de billes de Jean. Ensemble ils ont 8 billes. Combien de billes chacun a-t-il ?
- Josiane et Marie font une course automobile. Marie a parcouru 4 kilomètres de plus que le quadruple du nombre de kilomètres parcourus par Josiane. Ensemble elles ont parcouru 14 km. Combien chacune a-t-elle parcouru de km ?
- Trois équipes de Basket ont participé à la finale du championnat. Ensemble, ils ont marqué 260 points. L'équipe B a marqué 20 points de plus que l'équipe A et l'équipe C a marqué le double de points de l'équipe B. Combien de points chacune des équipes a-t-elle marqués ?

Traduction et résolution d'expressions algébriques en contexte de problèmes écrits.

- À l'aide des tuiles algébriques résous les problèmes de l'étape précédente.
- INTRODUIRE LA DÉMARCHE ALGÉBRIQUE (selon ce que l'enseignant exige)



Activité 4 : Multiplication et division d'expression algébrique

- À partir de la 3^e secondaire, les élèves doivent multiplier des expressions algébriques de degré inférieur à 3, diviser des expressions algébriques des expressions algébriques par un monôme et factoriser des polynômes à l'aide de mises en évidence simples.